「測定の不確かさ評価の基本」に関するセミナー 実施報告

2015 年 09 月 16 日
(一社)日本照明工業会 技術部

１．目的

日本照明工業会が自主事業として推進する“工業会指定試験所制度”の拡大加速化を図る上で，指定要件の１つである合理的な根拠により見積もられた試験精度（『不確かさ』バジェットシート）の表明に関する継続的な啓発活動が重要であり，今般，２回目の「測定の不確かさ評価の基本」セミナーを開催したので，その概要を報告する。

尚，他１つの指定要件である技術能力の確認手法（実技試験）として，「第２回 試験所間比較」の巡回試験を本年４月に開始し，８月末に最終報告書を発行して完了した。

２．セミナー開催日及び会場

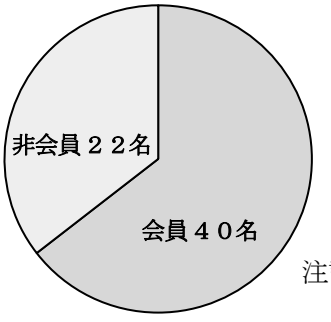
開催日：２０１５年9月９日（水） １３：３０～１７：００
会　場：中央電気倶楽部５１３号室（大阪市北区堂島浜 2-1-25）
受講料：JLMA 会員は無料，非会員は 1,000 円/人
対象者：自由参加（会員・非会員を問わない）

３．プログラム

3.1 不確かさの見積もりに関する留意点　　講師：赤澤 幸造（工業会指定試験所分科会 事務局）
・不確かさ要因の特定，不確かさ成分の評価法，不確かさ報告の悪い例，他
3.2 不確かさバジェット表の作成　　講師：加登　篤　（同分科会 委員）
・不確かさ評価の概要，バジェットシートの作成例，配光測定の不確かさ見積もり例
3.3 不確かさを求める工夫　　講師：小井土 稔（同分科会 委員）
・分散分析と抽出事例，回帰分析と代表事例

４．開催状況

参加者：６２人（２４法人），　講師･関係者：７人



注記）会員：当工業会に会員法人所属参加者

参加者内訳

セミナー会場風景

５．主な質疑応答（Q:参加者からの席上質問，A:講師及び関係者の回答）

Q1　タイプＡの不確かさ成分評価法において，複数サンプルの安定性・再現性による不確かさを評価する場合，「Ｎ個のデータ」は「サンプル数」，「繰返し測定回数ｎ」は「各サンプルの繰返し測定回数」として算出しても良いか？

A1　事例で紹介した計算式は，同一個体に関するものであり，複数個体の評価に用いることは出来ません。複数個体を扱う場合には，個々の個体について事例の評価を行い，その中の最悪値を採用するか，詳細な分析をおこなう場合には，分散分析を用います。

Q2　受光器の周囲温度変化の影響による不確かさ評価において，測光値の変化が基準の温度に対して非対称な特性をもつ場合にはどのように考えればよいか。例えば，25℃の測光値に対して，23℃において-0.3%，27℃において+0.5%の変動幅がある場合では，不確かさとして変動幅の半分（(0.5%-(-0.3%))/2=0.4%）を用いてよいのか？

A2　変動幅は基準値に対するものを採用する。過小評価にならないように，変動幅の大きい値（質問の例では 0.5%）を採用するのが一般的である。

Q3　標準電球の経時変化による不確かさ評価において，光束変化は初期値に対して減衰だけなので，変動幅の半値ではなく，変動率を除数で割るべきではないか？

A3　今回紹介した事例は，中央に対して対称な一様分布を仮定したものであるので，変動幅の半値を採用している。
（上記の回答は，標準電球における目盛りの経時変化の影響を補正して使用する場合の不確かさの評価例について述べたものであり，補正を行わない場合はご指摘頂いた内容を採用する必要がありますので，本稿にて補足させて頂きます）

Q4　標準電球の経時変化について，複数の校正データがない（変化量が不明な）場合は，どう処理すればよいか。自社で３ヶ月毎に測定した値を使用してもよいか？

A4　事例では，点灯時間に対する測光量の変動幅を得る手段として，複数の校正結果から変動幅を求める方法を紹介した。直接，点灯時間における変動幅を求めることも可能である。各試験事業者において標準電球の校正周期として設定されている点灯時間の上限値に相当する変動幅を採用することが大切である。逆に，不確かさを低減するために，点灯時間の上限値を見直すこともできる。

Q5　個々の標準電球について，変化を追ったデータがない場合はどうすればよいか？

A5　同じ形式で，個体差が無視できるのであれば，代表的なサンプルのデータを取得すればよい。

Q6　測定室内の反射の影響による不確かさで，配光測定装置に何も装着しないのに，反射の影響を評価できるのか？

A6　今回の例示では，受光器に直接光が入らない位置で標準電球を点灯している。この標準電球から放射される光のうち，測定室内の反射により受光器に到達する光量を反射の影響として評価している。

Q7　校正証明書に記載している拡張不確かさが相対値ではなく，測定量の単位で書かれている場合には，どのように相対値を算出するのか？

A7　校正証明書に記載されている拡張不確かさ($k=2$)の値を対象とする値（標準電球の場合は校正値，電気計器等の場合は表示値）で除して求める。この拡張不確かさの相対値を，更に除数 2 で除して相対標準不確かさを求める。

Q8　分散分析について，測定場所の違いの要因に適用できるか？

A8　適用できる。分散分析は，サンプル（時間，場所，人，測定条件など）を要因として各水準間の変動について調べることができる。但し，水準間変動と測定のばらつきに相関がないことが前提条件となる。

６．参加者アンケートについて

講義の終了後に参加者からアンケートを提出して頂いた。前回開催と同様に，多数の方に自由記述の意見を書いて頂くことができた。“今までの疑問点が一部解消できた”，“役に立つ内容であった”，“参考になった”等の記載もあり，有意義と感じて頂いたようである。

一方，セミナー全体の構成や各講義内容に対して，“系統立てた説明にして欲しかった”，“実例を多く用いて説明して欲しかった”，“具体例が簡略化し過ぎている”など，受講者それぞれの立場でのご指摘も頂いた。今後の継続的セミナー開催要望も多数寄せられており，指摘事項の改善と今後の開催計画を検討する。

日本照明工業会「測定の不確かさ評価の基本」セミナー

不確かさの見積もりに関する留意点

Notes on Calculating Measurement Uncertainties

（一社）日本照明工業会
技術部　赤澤 幸造

目 次

1．不確かさ要因の特定
2．不確かさ成分の評価
3．感度係数
4．合成標準不確かさの計算
5．包含係数kの決定
6．拡張不確かさ（k=2）の計算
7．不確かさのバジェットの参考例
8．不確かさの報告の悪い例
9．参考資料
➢ 質疑応答

1．不確かさ要因の特定

- 不確かさ評価で一番難しいのは，不確かさ要因（不確かさの項目）の特定である。
- 不確かさ要因は色々あるが，抽出したもの全てについて見積もりに加える必要はない。
- 最終的な不確かさ（合成標準不確かさ）に与える影響が小さく無視できる要因＊は切り捨て，
- 影響が大きなものをピックアップすることが重要である。

1．不確かさ要因の特定（つづき）

＊ 切り捨ての目安は，相関がない場合，一番大きな要因の1/10以下のものを選ぶとよい。

一番大きな要因の1/10の場合，最終的な不確かさに与える影響は，一番大きな要因の0.5％未満である。

〔合成標準不確かさ試算例〕$\sqrt{(1^2+0.1^2)} \fallingdotseq 1.004988 \fallingdotseq 100.499\%$

不確かさは通常，多くとも2桁で報告すればよいことから，0.5％未満の影響は小さく無視できることになる。

このため，要因の大小関係によっては，1/4程度のものでも影響しないことがある。

1．不確かさ要因の特定（つづき）

＊ 他方，ある器物の測定では1/10以下となる要因であっても，
他の測定器物では1/10より大きくなる要因もあることから，
一律に切り捨てるのではなく，常に要因の大小関係（合成標準不確かさへの寄与度）を考慮することが必要である。

1．不確かさ要因の特定（つづき）

全光束測定における主な要因例としては，

- 標準器（標準電球など）の校正の不確かさ
- 標準器（標準電球など）の安定性・再現性による不確かさ
- 標準器（標準電球など）の経年変化による不確かさ
- 測定装置の安定性・再現性による不確かさ
- 測定装置とその校正方法による不確かさ（非直線性，波長ずれ等を含む）
- 繰り返し測定のばらつきによる不確かさ

1．不確かさ要因の特定（つづき）

- 測定方法や手順に起因する不確かさ
- データ処理方法（補正など）による不確かさ
- 測定対象（被試験ランプ）の短期安定性による不確かさ
  （測定対象の長期安定性・再現性は，通常評価しなくてよい）
- 測定環境（周囲温度など）の影響による不確かさ
- 測定環境（周囲温度など）の測定器の校正の不確かさ

などが挙げられる。

2．不確かさ成分の評価（標準不確かさの算出）

2.1 タイプAの評価法

十分な数のN個のデータを取って，それらのデータの統計解析を行い，ばらつきを算出する方法。
これらのデータの実験標準偏差を，繰り返し測定回数 n の平方根で除した値（＝平均値の実験標準偏差）が，
タイプAの評価法で求められた標準不確かさとなる。

N 個のデータの実験標準偏差を $s(x)$，i 個目のデータを x_i，データの平均値を $\bar{x}$ とすると，実験標準偏差 $s(x)$ は下式で求められる。

$$s(x)=\frac{1}{\sqrt{N-1}}\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2}$$

⇐ データの実験標準偏差（測定値のばらつき）

また，個々のデータが n 回測定されたものの平均値であれば，
その平均値の実験標準偏差 $s(\bar{x})$ は下式で求められる。

$$s(\bar{x})=\frac{s(x)}{\sqrt{n}}$$

⇐ 平均値の実験標準偏差（平均値のばらつき）

2．不確かさ成分の評価（つづき）

〔注記〕

通常の試験においては1回限りの測定なので，標準不確かさは
データの実験標準偏差（ $s(x)$ ）として扱える。
ただし，プールされた実験標準偏差や繰り返し測定の結果から，
平均値のバラツキを標準不確かさ（ $s(\bar{x})$ ）として見積もる場合は，
データの実験標準偏差（ $s(x)$ ）を $\sqrt{n}$ で除して算出する。

なお，あらかじめ測定するデータの独立した観測数 N は，十分な数とすることが望ましい。
少ない観測数から求められたタイプA評価の標準不確かさは，信頼性が十分ではなく，適切な評価とはいえない。

ISO/IEC Guide 98-3:2008（測定における不確かさの表現のガイド）附属書 G.6.6 によれば，独立した観測数は概ね 10 以上あればよいことが示唆されている。

2．不確かさ成分の評価（つづき）

2.2 タイプBの評価法

- 主として未知のかたより*を，確率分布を仮定してばらつきとして評価し，標準不確かさに変換する方法。
  - ＊その状態を再現するためには時間・費用・人手があまりにも掛かり過ぎて再現することが難しく，知ることが困難なかたより

- 確率分布の限界値（半幅の値）を表1の除数で割った値が，タイプB評価の標準不確かさとなる。

- ただし，校正証明書などで拡張不確かさ（包含係数 k =2）が分かっている時には正規分布を適用し，拡張不確かさを除数（包含係数）“2”で割った値が標準不確かさとなる。

2．不確かさ成分の評価（つづき）

- また，モンテカルロシミュレーション（乱数は正規分布に基づいて発生）などにより標準不確かさを求める場合にも，確率分布を考慮することが大切である。
- モンテカルロシミュレーションにおける除数は，包含区間（包含確率）を踏まえることが必要である。

表1　確率分布と除数

確率分布	除 数
矩形分布（一様分布）	$\sqrt{3}$
三角分布	$\sqrt{6}$
U字分布	$\sqrt{2}$
正規分布	2（校正証明書の場合）

3．感度係数

- 感度係数（c_i）とは，入力量（単位）の変動量を出力量（単位）の変動量に換算するための係数である。
- 測定のモデル式が一次式で直線性が確保されている場合は実験的に求めることもできる。
- しかし，一般的に測定のモデル式は複雑なケースが多いことから，入力量の変動量に対する出力量の変動量を近似で求めることになる。
- この場合，入力量に対する測定のモデル式の「傾き」を求めれば出力量に変換できることから，測定のモデル式を各変数で偏微分することによって，接線の傾き，すなわち「感度係数」を算出することができる。

4. 合成標準不確かさの計算（二乗和の平方根で合成）

合成標準不確かさ u_c を求めるには，各標準不確かさを二乗し，足し合わせ，その正の平方根をとる。

測定のモデル式を $Y = f(X_1, X_2, \ldots X_N)$ とし，
出力量 Y の推定値つまり測定の結果を y ，
入力量 $X_1, X_2, \ldots X_N$ の推定値をそれぞれ $x_1, x_2, \ldots x_N$ ，
これらの推定値の標準不確かさ
をそれぞれ $u(x_1), u(x_2), \ldots u(x_N)$ とすると，
前述３．の感度係数を含めて，測定結果 y の
合成標準不確かさ $u_c(y)$ を数式で一般化して
記述すると，以下のとおりとなる。

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^{N} c_i^2 u^2(x_i) = \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i)$$

5. 包含係数kの決定

- 包含係数（$k=2$）（約95％の信頼の水準）が一般的である。
- モンテカルロシミュレーションの場合，包含係数の代わりに包含区間（包含確率）を用いるため，包含係数は不要となる。

6. 拡張不確かさ（$k=2$）の計算

- 合成標準不確かさに包含係数さ（$k=2$）を乗じて，約95％の信頼水準の拡張不確かさを求める。
- なお，正規分布が仮定できる場合，合成標準不確かさの信頼水準は約68％である。
- 拡張不確かさの有効数字は，例えば，全光束測定の場合では，3桁目を切り上げて2桁に丸めることが多く，一般的にも2桁に丸めればよいとされている。

7．不確かさのバジェットの参考例

CIE S 025/E:2015 “Test Method for LED Lamps, LED Luminaires and LED Modules” の附属書に不確かさのバジェット例が複数添付されている。このうち，参考になると思われる資料に国内の事情を考慮して修正を加えたバジェット例を以下に紹介する。

要　因 X_i	標準不確かさに対する相対的な寄与 $u_{\mathrm{rel},i}(y)$
全光束標準電球の全光束の不確かさ（校正値の不確かさ）	0.7 %
標準電球の経時変化	0.3 %
標準電球点灯電圧による不確かさ	0.4 %
標準電球の安定性による不確かさ	0.2 %
分光放射計の直線性による不確かさ	0.8 %
分光放射計の波長精度による不確かさ（0.5 nm（k =2)）	0.4 %
分光放射計の迷光による不確かさ（2 700 K ～ 6 500 K）	1.0 %

つづく

7．不確かさのバジェットの参考例（つづき）

要　因 X_i	標準不確かさに対する相対的な寄与 $u_{\mathrm{rel},i}(y)$
分光放射計の再現性による不確かさ	0.1 %
自己吸収による不確かさ（補正後）	0.3 % [b]
ランプ近傍の吸収による不確かさ	0.3 %
積分球の不均等性による不確かさ（標準電球との配光特性相違）	0.9 % [c]
積分球システムの再現性による不確かさ	0.3 %
積分球システムの安定性による不確かさ（校正間隔）	0.3 %
周囲温度（及び温度計の不確かさ）による不確かさ	0.3 %
試験ランプへの供給電圧（及び電圧計の不確かさ）による不確かさ	0.2 %

つづく

7．不確かさのバジェットの参考例（つづき）

要　因 X_i	標準不確かさに対する相対的な寄与 $u_{\mathrm{rel},i}(y)$
試験ランプの再現性（安定性を含む）	0.3 %
相対合成標準不確かさ	2.0 % [c]
相対拡張不確かさ　（k =2）	4.0 % [c]

b 数値は，一般的に小形 LED ランプ測定に用いられる反射率 95%の 1.5m 積分球の値である。数値は，積分球の条件及び DUT（Device Under the Test，測定対象物）の大きさにより変化することがある。

c 広配光の光源に対する値。

不確かさの見積もり表（Budget sheet：バジェットシート）は，測定装置やシステムにより異なるため画一なものは無く，測定者はそれぞれ固有の計測システムに合わせて検討する必要があり，第三者が見ても分かり易いバジェットシートを作成することが大切である。

8．不確かさの報告の悪い例

➢標準不確かさの算出で用いる除数の間違い

バジェットシートの確率分布の欄において，矩形分布と記載されているにも係わらず，除数の欄が“2”と記載されていた。
事務局から指摘をして“$\sqrt{3}$”に修正してもらった。

➢標準光源のトレーサビリティの不整合

光束が少ない低ワット LED 光源の不確かさ見積もりにも係わらず，標準光源に 200 W 全光束標準電球を使用していた。
低ワットの LED 光源の測定には少ない光束に適した小さな積分球が使用され，
一方，参照標準は 200 W あるいは 500 W と大きな光束に適した積分球が使用されているが，
これら使い分けられた大小積分球間のトレーサビリティ等が提出されたバジェットからは確認できなかった。
事務局から指摘をして，再評価してもらった。

8. 不確かさの報告の悪い例（つづき）

➢提出書類の不足

申請試験区分とバジェットシートが不一致で，試験能力を確認するためのバジェットシートが提出されておらず，技術能力を有していると確認できなかった。
事務局から指摘をして，申請試験区分毎のバジェットシートを再提出してもらった。

➢測定設備の概要が不明

提出されたバジェットシートでは，試験設備の概要が分からず，総合判定ができなかった。
事務局から指摘をして，試験規格毎の試験器概要書を作成/提出してもらった。

➢測色の標準が不適切

提出されたバジェットシートでは，ワーキングスタンダード（分光放射照度標準）を積分球の中で点灯させているのか測定方法の内容が

8. 不確かさの報告の悪い例（つづき）

確認できなかった。積分球の中で点灯させているのであれば，均一性等の補正が確認できなかった。
事務局から指摘をして，バジェットシート上で明確にしてもらった。

上記以外に想定される悪い例について，紹介する。

➢不確かさ要因の欠如

不確かさ要因として無視できないもの（又は無視してはいけないもの）がバジェットシートで見積もられていない場合は，技術能力を有していると確認できない。
例えば，標準器（標準電球など）の校正の不確かさは，試験所の測定に起因する要因ではなく，上位の JCSS 登録事業者による校正の曖昧さに起因する要因であり，その標準器を試験所が使用する場合は不可避的に見積もらなければならない。
不可避要因を見積もっていないと，事務局から指摘をして対応してもらうことになる。

8. 不確かさの報告の悪い例（つづき）

➢タイプA評価の不確かさの除数の誤り

観測数 N 個の1回限りの測定データにおける標準不確かさを見積もる場合に，実験標準偏差（$s(x)$）を，さらに観測数 N の平方根 $\sqrt{N}$ で除した場合は，不確かさの過小評価となる。

また，平均値のバラツキを標準不確かさ（$s(\bar{x})$）として見積もる場合に，実験標準偏差を繰り返し測定回数 n の平方根 $\sqrt{n}$ で除していない場合は，不確かさの過大評価となる。

正しい統計処理をしていないこれらのケースでは，仮に合成標準不確かさの数値的に問題がなかったとしても，事務局から指摘をして対応してもらうことになる。

なお，モンテカルロシミュレーションを行った場合，このような問題は通常発生しない。

8. 不確かさの報告　まとめ

転載
独立行政法人製品評価技術基盤機構　認定センター（IA Japan）
石毛浩美氏作成のプレゼン資料『測定の不確かさについて』から

～視点を変えて～

◆測定不確かさ評価で大事なことは、測定対象（製品、サンプル等）、測定器、測定目的を踏まえた、**測定に対する相場観を測定者自身がもつこと**である。

◆測定不確かさ評価とは、試験所の要員が漠然と感じていた**測定のばらつきの定量化作業**であり、これによって試験結果の信頼性が実証される。

◆正しい理解の下で、測定不確かさを評価し、測定結果の信頼性を得ることが必要である。

9. 参考資料

1. 不確かさのバジェットの参考例＊1

＊1 CIE S 025/E:2015“Test Method for LED Lamps, LED Luminaires and LED Modules”の附属書に不確かさのバジェットの例が複数添付されている。このうち，参考になると思われるバジェットを別紙1に紹介する。
URL http://www.cie.co.at/index.php?i_ca_id=973

2. TS Z 0033:2012 “測定における不確かさの表現のガイド”＊2

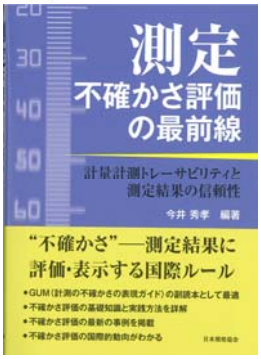
＊2 上記の標準仕様書は JISC のホームページで閲覧可能である。
URL http://www.jisc.go.jp/app/TPS/TPS00020.html

3. 光における不確かさの要因項目として，JCSS の技術的要求事項 適用指針 登録に係る区分：光 JCT21400 NITE
URL http://www.nite.go.jp/data/000001491.pdf#search='JCT21400+NITE'

4. 不確かさの入門ガイド ASG104 NITE
URL http://www.nite.go.jp/data/000050641.pdf#search='ASG104+NITE'

5. CIE 198 Determination of Measurement Uncertainties in Photometry
URL http://www.cie.co.at/index.php/Publications/index.php?i_ca_id=824

6. CIE 198 SP1 Determination of Measurement Uncertainties in Photometry – Supplement1 : Modules and Examples for the Determination of Measurement Uncertainties
URL http://cie.co.at/index.php?i_ca_id=826



新刊ご紹介

ご静聴ありがとうございました。

日本照明工業会「測定の不確かさ評価の基本」セミナー

不確かさバジェット表の作成

（一社）日本照明工業会
工業会指定試験所分科会
加登　篤

内容

1）不確かさ評価の概要

2）バジェット表の作成例

1）不確かさ評価の概要

不確かさ評価の流れについて

Step1　測定結果にばらつきを与える要因をピックアップ
⇒ 不確かさ要因
要因1、要因2、要因3、・・・・・

Step2　個々の不確かさ要因からばらつきの大きさを求める
⇒ 標準不確かさ
標準不確かさ1、標準不確かさ2
標準不確かさ3、・・・・・

Step3　個々のばらつきを合成し全体的なばらつきを求める
⇒ 合成標準不確かさ
各標準不確かさの二乗和の平方根

Step4　全体的なばらつきより最終的に報告する値を求める
⇒ 拡張不確かさ
合成標準不確かさに包含係数（$k = 2$）を掛ける

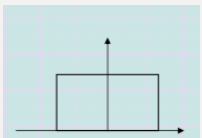
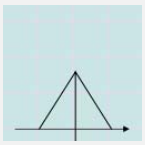
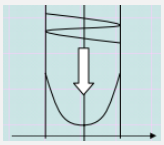
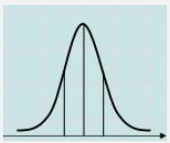
標準不確かさを求めるには

タイプAの評価法
実験からデータを得て実験標準偏差（ばらつき）を求める。
データ処理には、表計算ソフトを用いて効率良く求めると良い。
例えば、エクセルであれば、関数式　STDEV　を使用する。

タイプBの評価法
実験によらないもので、**確率分布**を仮定してばらつきを評価し、
標準不確かさを求める。
例えば、次のものがある。
・標準器の校正の不確かさ（校正証明書から引用）
・測定器のスペック（カタログ，取扱説明書から引用）
・測定器の読み取り分解能（分解能から推定）
・理論的あるいは経験的に求めるもの
　（直線性，時間的変化，環境条件の影響）

確率分布と除数について

確率分布の半値幅を除数で割った値は，タイプBの評価法での標準不確かさとなる。仮定する確率分布により代表的な除数がある。

			
矩形分布（一様分布）	三角分布	U字分布	正規分布
最もよく使われる分布 限界値のときなどに適用。 除数は　√3	中心が多く、端にいくほど少なくなる分布に適用。 正規分布のときはこの分布を適用することが多い。 除数は　√6	周期的に変化する要因に対して適用。 除数は　√2	校正証明書などで不確かさが分かっている時に適用。 除数は　2
a / √3	a / √6	a / √2	U / 2

※　a　は半値幅　⇔　推定する確率分布の上限と下限の間の半分
　　U　は拡張不確かさ･･･校正証明書などで記載されている

2）バジェット表の作成例

配光測定について

JIS C 8105-5　に従い配光測定をおこなう過程において，次の2つの行為に分けて考える。

①配光測定装置の校正

⇒　受光器出力を光度又は照度に変換する換算係数を求める

⇒　標準電球の測定

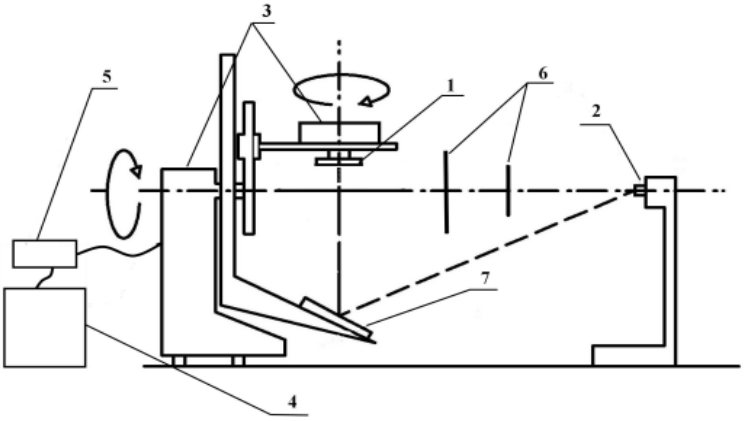
②サンプル品の測定

それぞれ測定の不確かさがある

※本資料のバジェット表の作成例は、①を想定している。
最終的な配光測定の不確かさを求めるには　②のバジェット表も作成し①，②それぞれで得られる合成標準不確かさを更に合成する必要がある（　補足：配光測定の不確かさ参照　）。

バジェット表の作成で想定している配光測定装置

平面鏡が回転する配光測定装置



1 照明器具取付部
2 受光器
3 回転機構部
4 電源
5 制御装置
6 遮光板
7 平面鏡

バジェット表の作成例

Step1　不確かさの要因について

測定の不確かさの要因をピックアップする

①標準電球の校正の不確かさ　・・・ u_1

②標準電球測定の安定性･再現性による不確かさ　・・・ u_2

③標準電球の経時変化による不確かさ　・・・ u_3

④測定室内の反射の影響による不確かさ　・・・ u_4

⑤測定室内の温度変化の影響による不確かさ　・・・ u_5

・・・・・　要因は装置の種類･環境によって様々である

※各要因に対し記号を付けておくと分かり易い

Step1　不確かさの要因について

JIS C 8105-5　附属書Aの方法により受光器出力を光度に変換する換算係数の不確かさのバジェット表

記号	不確かさ要因	タイプ	確率分布	除数	標準不確かさ
u_1	標準電球の校正の不確かさ				
u_2	標準電球測定の安定性･再現性による不確かさ				
u_3	標準電球の経時変化による不確かさ				
u_4	測定室内の反射の影響による不確かさ				
u_5	測定室内の温度変化の影響による不確かさ				
u_c	合成標準不確かさ				
U	拡張不確かさ（ $k = 2$ ）				

光束測定のばらつきを相対値で評価する。
このとき，不確かさの単位は%である。

Step2　標準不確かさ　・・・　u_1

u_1　標準電球の校正の不確かさ

使用した標準電球には校正証明書が付いており、そこには、次のように記載されていた。

校正結果　　：　試験電流　3.200　A　全光束　880.0　lm
拡張不確かさ　：　1.2　%　（　k　＝　2　）

校正証明書からの情報であるのでタイプBの評価法、確率分布は正規分布とし（除数は2）、校正の標準不確かさは

1.2　÷　2　＝　0.6　（%）

Step2　標準不確かさ　・・・　u_1

JIS C 8105-5　附属書Aの方法により受光器出力を光度に変換する換算係数の不確かさのバジェット表

記号	不確かさ要因	タイプ	確率分布	除数	標準不確かさ
u_1	標準電球の校正の不確かさ	B	正規分布	2	0.6 %
u_2	標準電球測定の安定性・再現性による不確かさ				
u_3	標準電球の経時変化による不確かさ				
u_4	測定室内の反射の影響による不確かさ				
u_5	測定室内の温度変化の影響による不確かさ				
u_c	合成標準不確かさ				
U	拡張不確かさ（ k ＝ 2 ）				

Step2　標準不確かさ　・・・　u2

u2　標準電球測定の安定性･再現性による不確かさ

標準電球を，
取付け→点灯→エージング→測定→消灯→取外しで得られる測定データを1個として，
10個の測定データより実験標準偏差を求める（タイプAの評価法）。

	全光束（lm）
測定データ1	883.1
測定データ2	881.6
測定データ3	882.5
測定データ4	880.4
測定データ5	879.9
測定データ6	880.5
測定データ7	879.6
測定データ8	879.8
測定データ9	879.3
測定データ10	878.5
平均値	880.5
実験標準偏差	1.46

右の表より10個の測定データの
実験標準偏差（＝標準不確かさ）は
　1.46　（lm）
　※関数式　STDEV(範囲)を利用すると便利
更に、平均値で除して，相対標準不確かさを求める。
　1.46　÷　880.5　×　100　≒　0.17　（%）

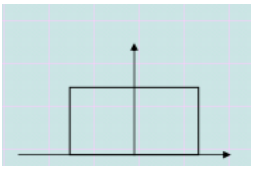
Step2　標準不確かさ　・・・　u2

JIS C 8105-5　附属書Aの方法により受光器出力を光度に変換する換算係数の不確かさのバジェット表

記号	不確かさ要因	タイプ	確率分布	除数	標準不確かさ
u1	標準電球の校正の不確かさ	B	正規分布	2	0.6 %
u2	標準電球測定の安定性･再現性による不確かさ	A	-	-	0.17 %
u3	標準電球の経時変化による不確かさ				
u4	測定室内の反射の影響による不確かさ				
u5	測定室内の温度変化の影響による不確かさ				
uc	合成標準不確かさ				
U	拡張不確かさ（ k ＝ 2 ）				

Step2　標準不確かさ　・・・　u3

u3　標準電球の経時変化による不確かさ



受光器の校正には全光束標準電球を使用している。
この全光束標準電球の校正は、外部校正機関へ委託し
その校正周期は1年としている。
直近3年間の校正履歴は右表のとおりである。
標準電球は、点灯時間に伴って光束が低下する。
この低下は、標準電球を使用する毎に一様にほぼ等しく
減衰していく。

	光束（lm）	試験電流（A）
前々回	888.0	3.200
前回	885.0	3.200
今回	880.0	3.200

ここでは経時変化の不確かさを、1年間の校正時における
光束の変動率を幅とする矩形分布（除数は√3）と仮定して
算出する。

前回の変動率　＝　（885.0　－　888.0）　／　888.0　×　100　≒　－0.34　（%）
今回の変動率　＝　（880.0　－　885.0）　／　885.0　×　100　≒　－0.56　（%）

大きい方の変動を採用し、この変動幅の半分を√3で除して標準不確かさを求める。

0.56　／　2　／　√3　≒　0.16　（%）

バジェット表の作成例

Step2　標準不確かさ　・・・　u3

JIS C 8105-5　附属書Aの方法により受光器出力を光度に変換する換算係数の不確かさのバジェット表

記号	不確かさ要因	タイプ	確率分布	除数	標準不確かさ
u1	標準電球の校正の不確かさ	B	正規分布	2	0.6 %
u2	標準電球測定の安定性･再現性による不確かさ	A	-	-	0.17 %
u3	標準電球の経時変化による不確かさ	B	矩形分布	√3	0.16 %
u4	測定室内の反射の影響による不確かさ				
u5	測定室内の温度変化の影響による不確かさ				
uc	合成標準不確かさ				
U	拡張不確かさ（ k ＝ 2 ）				

Step2　標準不確かさ　・・・　u4

u4　測定室内の反射の影響による不確かさ

受光器に直接光が入らない位置で標準電球　880 lmを点灯した。

このとき配光測定装置に何も装着しないまま測定をおこない得られた全光束　0.8 lmを測定室内の反射の影響（迷光）とみなす。

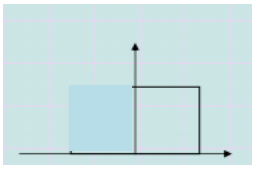
この確率分布は矩形分布（除数は√3）と仮定するが、その分布は明らかに中心より上にあるため、半値幅aは0.8 lmとなる。

したがって標準不確かさは

0.8　÷　√3　≒　0.46　（lm）

標準電球の全光束に対する割合は

0.46　÷　880　×　100　≒　0.05　（%）



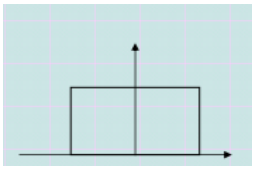
Step2　標準不確かさ　・・・　u4

JIS C 8105-5　附属書Aの方法により受光器出力を光度に変換する換算係数の不確かさのバジェット表

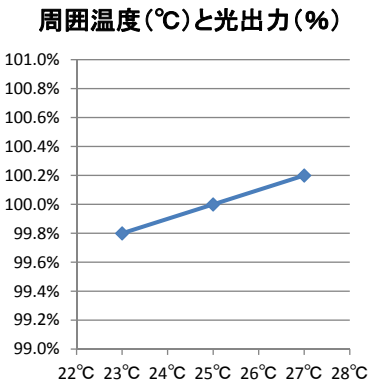
記号	不確かさ要因	タイプ	確率分布	除数	標準不確かさ
u1	標準電球の校正の不確かさ	B	正規分布	2	0.6 %
u2	標準電球測定の安定性・再現性による不確かさ	A	-	-	0.17 %
u3	標準電球の経時変化による不確かさ	B	矩形分布	√3	0.16 %
u4	測定室内の反射の影響による不確かさ	B	矩形分布	√3	0.05 %
u5	測定室内の温度変化の影響による不確かさ				
uc	合成標準不確かさ				
U	拡張不確かさ（ k ＝ 2 ）				

Step2　標準不確かさ ・・・ u5

u5　受光器の周囲温度変化の影響による不確かさ



受光器の周囲温度は、25 ℃ ± 2 ℃で一様に保たれている。また、使用する受光器の光出力は周囲温度の変化により、右下グラフのような特性があることが分かっている。
周囲温度が±2 ℃で一様に保たれていることから、受光器の光出力の変動も±0.2 %の間で一様であると考えられる。したがって、確率分布を矩形分布と仮定し、変動幅を±0.2 %として，標準不確かさを算出する。



$$0.2 \div \sqrt{3} \fallingdotseq 0.12 \ (\%)$$

Step2　標準不確かさ ・・・ u5

JIS C 8105-5　附属書Aの方法により受光器出力を光度に変換する換算係数の不確かさのバジェット表

記号	不確かさ要因	タイプ	確率分布	除数	標準不確かさ
u_1	標準電球の校正の不確かさ	B	正規分布	2	0.6 %
u_2	標準電球測定の安定性･再現性による不確かさ	A	-	-	0.17 %
u_3	標準電球の経時変化による不確かさ	B	矩形分布	√3	0.16 %
u_4	測定室内の反射の影響による不確かさ	B	矩形分布	√3	0.05 %
u_5	測定室内の温度変化の影響による不確かさ	B	矩形分布	√3	0.12 %
u_c	合成標準不確かさ				
U	拡張不確かさ（ $k = 2$ ）				

Step3　合成標準不確かさを求める

各標準不確かさの二乗和の平方根をとる。

u_c：合成標準不確かさ ＝ $\sqrt{(\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + u_5^2\ )}$

Step3　合成標準不確かさを求める

JIS C 8105-5　附属書Aの方法により受光器出力を光度に変換する換算係数の不確かさのバジェット表

記号	不確かさ要因	タイプ	確率分布	除数	標準不確かさ
u_1	標準電球の校正の不確かさ	B	正規分布	2	0.6 %
u_2	標準電球測定の安定性・再現性による不確かさ	A	-	-	0.17 %
u_3	標準電球の経時変化による不確かさ	B	矩形分布	$\sqrt{3}$	0.16 %
u_4	測定室内の反射の影響による不確かさ	B	矩形分布	$\sqrt{3}$	0.05 %
u_5	測定室内の温度変化の影響による不確かさ	B	矩形分布	$\sqrt{3}$	0.12 %
u_c	合成標準不確かさ				0.66 %
U	拡張不確かさ（ k ＝ 2 ）				

Step4　拡張不確かさを求める

①包含係数を決める。一般的には、k ＝ 2 （約 95 %の信頼水準）である。

②合成標準不確かさに包含係数を掛け拡張不確かさを算出する。

U ＝ u_c × k
＝ 0.66 × 2
＝ 1.4 （%） ← 有効数字3桁目を切り上げて2桁に丸める

Step4　拡張不確かさを求める

JIS C 8105-5　附属書Aの方法により受光器出力を光度に変換する換算係数の不確かさのバジェット表

記号	不確かさ要因	タイプ	確率分布	除数	標準不確かさ
u_1	標準電球の校正の不確かさ	B	正規分布	2	0.6 %
u_2	標準電球測定の安定性･再現性による不確かさ	A	-	-	0.17 %
u_3	標準電球の経時変化による不確かさ	B	矩形分布	√3	0.16 %
u_4	測定室内の反射の影響による不確かさ	B	矩形分布	√3	0.05 %
u_5	測定室内の温度変化の影響による不確かさ	B	矩形分布	√3	0.12 %
u_c	合成標準不確かさ				0.66 %
U	拡張不確かさ （ k ＝ 2 ）				1.4 %

補足：配光測定の不確かさ

配光測定の不確かさ

配光測定の不確かさ ＝ $\sqrt{(\ u_{c1}^{2} + u_{c2}^{2}\ )}$

※これは2つの合成標準不確かさu_{c1}とu_{c2}を合成（二乗和の平方根）する例である。

u_{c1}：配光測定装置の校正の不確かさ

バジェット表の作成例では5つの要因を挙げている。
不確かさの要因はこの他にもあるはず。

u_{c2}：サンプル品の測定の不確かさ

被測定物（ランプ、照明器具等）を測定し
結果がばらつく要因を挙げ個々の要因について
不確かさを検討する。

配光測定の不確かさ

u_{c1}：配光測定装置の校正の不確かさ

記号	不確かさ要因	タイプ	確率分布	除数	標準不確かさ
	校正の不確かさ要因1	B	正規分布	2	0.6%
	校正の不確かさ要因2	A	-	-	0.17%
	校正の不確かさ要因3	B	矩形分布	√3	0.16%
	校正の不確かさ要因4	B	矩形分布	√3	0.05%
	校正の不確かさ要因5	B	矩形分布	√3	0.12%
	……				
u_{c1}	合成標準不確かさ				0.66%

u_{c2}：サンプル品の測定の不確かさ

記号	不確かさ要因	タイプ	確率分布	除数	標準不確かさ
	サンプル品の測定の不確かさ要因1	A	-	-	0.22%
	サンプル品の測定の不確かさ要因2	B	矩形分布	√3	0.18%
	サンプル品の測定の不確かさ要因3	B	矩形分布	√3	0.05%
	サンプル品の測定の不確かさ要因4	B	矩形分布	√3	0.05%
	サンプル品の測定の不確かさ要因5	B	矩形分布	√3	0.24%
	……				
u_{c2}	合成標準不確かさ				0.38%

配光測定の不確かさ

記号	不確かさ要因	不確かさ
u_{c1}	配光測定装置の校正の不確かさ	0.66%
u_{c2}	サンプル品の測定の不確かさ	0.38%
u_c	合成標準不確かさ	0.76%
U	拡張不確かさ（ k ＝ 2 ）	1.6%

日本照明工業会「測定の不確かさ評価の基本」セミナー

不確かさを求める工夫

（一社）日本照明工業会
工業会指定試験所分科会
小井土　稔

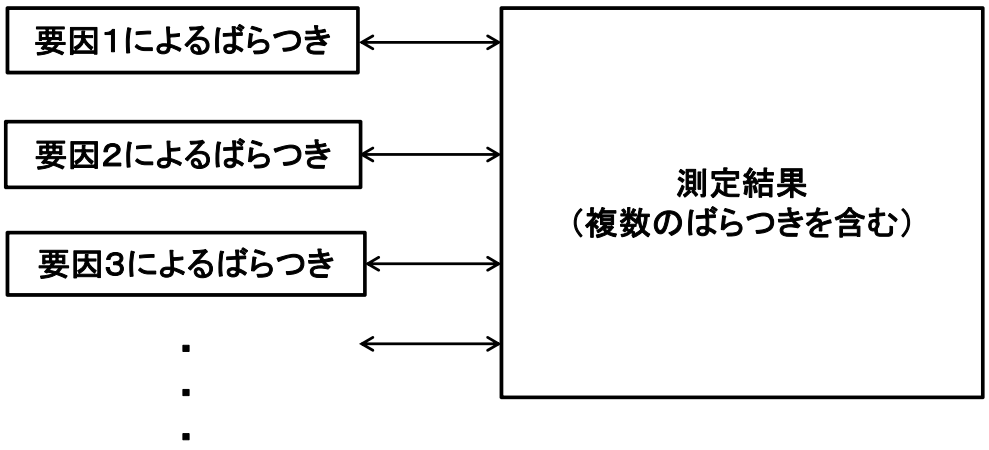
内容

1）複数の要因が引き起こすばらつきを含むデータから
それぞれのばらつきを抽出する事例
（分散分析）

2）直線関係にあるデータの不確かさの事例
（回帰分析）

分散分析

複数の要因が引き起こすばらつきを含むデータから各要因のばらつきを抽出する方法



測定結果から、それぞれの要因を分離し評価する方法

→ 分散分析

分散分析

分散分析が必要な事例・・・日間の変動評価

日ごとに測定値が変わる可能性がある測定系について、それを評価するために、１日５回の測定を４日間にわたって測定した。

	1回	2回	3回	4回	5回
１日目	12.5	12.3	12.7	12.3	12.2
２日目	12.0	12.1	12.2	12.1	11.9
３日目	12.4	12.3	12.6	12.4	12.5
４日目	12.6	12.6	12.8	12.4	12.6

このような計算をしていませんか？

	1	2	3	4	5	平均$\bar{x}_i$
1日目	12.5	12.3	12.7	12.3	12.2	12.40
2日目	12.0	12.1	12.2	12.1	11.9	12.06
3日目	12.4	12.3	12.6	12.4	12.5	12.44
4日目	12.6	12.6	12.8	12.4	12.6	12.60

・全平均　$\bar{\bar{x}} = 12.37$

・標本分散の算出　$V = \frac{\sum(\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2}{m-1} = 0.05157$

＊この方法では、分散に一日ごとのばらつき要素も含まれるため、純粋な日間変動のばらつきといえない。
それぞれの日にちごとのばらつきについても考慮することが必要。

それぞれのばらつき評価の重要性

例：ある測定器1及び測定器2で測定した値に差があるかどうかを調べる。

（方法）

- 電球を用いて測定器1及び測定器2で光束値を各5回測定する。
- 2種類の測定器で測定された値の平均値を比較することのよって、差があるかどうかを判断する。

測定データ1

・平均値の比較で差があることがいえるか？

	1	2	3	4	5	平均値
測定器1	99.9	100.2	100.1	100.2	100.0	100.08
測定器2	100.2	100.5	100.3	100.4	100.5	100.38

このデータにより平均値が0.3異なっているのが分かる。
個々のデータをみても差がありそうである。

↓

2つの測定器間には差が存在すると言えそうである。

測定データ2

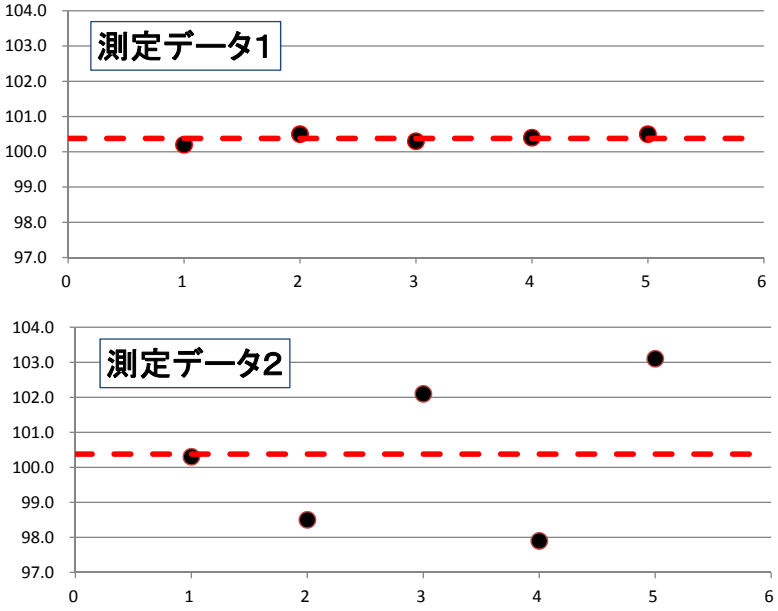
・平均値の比較で差があることがいえるか？

	1	2	3	4	5	平均値
測定器1	101.9	99.0	103.6	98.2	97.7	100.08
測定器2	100.3	98.5	102.1	97.9	103.1	100.38

- 先ほどと同じく、平均値が0.3異なっているのが分かる。
- 個々のデータをみても差が？？？？
- この場合は二つの測定器に差が存在するといえない？？？

各測定データのばらつき

- 二つの結果をグラフで表すと･･･



それぞれのばらつき評価の重要性

- 測定データ1は明らかに二つ測定器に差があるようだが、測定データ2では、測定器に差があるのではなく、繰り返しのばらつきが大きいため、たまたま2つの平均値に差が出たと考えられる。

- 平均値の差だけに注目すればよいわけでなく、平均値の差が、繰り返しのばらつきと比べどの程度の大きさであるかということを考える必要がある。

実際にF分布による検定では、
　仮説：測定器1，2では同等
　　測定データ1：棄却　　測定データ2：採択（差があるとは言えない）
となる。

分散分析の意義

- 分散分析は、平均値の差の分散と繰り返しによる分散の大きさを比較し、それが本当に有意な差があるかどうかを求める手法である。

分散分析の基本事項 【実験データ】

ある実験を行ったときにある要因A（測定者、測定器、時間など）のm個の水準A_1、A_2、A_3・・・A_m において、それぞれ大きさnの実験データを取得。

繰返 j / 水準 i	1	2	3	・・j ・・	n	平均
A1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	・・・・・・・	X_{1n}	$\bar{X}_1$
A2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	・・・・・・・	X_{2n}	$\bar{X}_2$
A3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	・・・・・・・	X_{3n}	$\bar{X}_3$
・	・	・	・	・	・	・
Ai	・	・	・	Xij	・	$\bar{X}$i
・	・	・	・	・	・	・
Am	X_{m1}	X_{m2}	X_{m3}	・・・・・・・	X_{mn}	$\bar{X}$m
全平均						$\bar{\bar{X}}$

分散分析の基本事項 【変動(二乗和)について】

・全変動（測定全体のデータが持っているばらつき）

$$S_t = \sum_i^m \sum_j^n (x_{ij} - \bar{\bar{x}})^2$$

・級間変動（因子間の変動）

$$S_A = \sum_i^m \sum_j^n (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2$$

・級内変動（因子内の変動）

$$S_e = \sum_i^m \sum_j^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$$

- $S_t = S_A + S_e$

分散分析の基本事項 【各変動の自由度】

変動	自由度
全変動	*mn-1*
級間変動	*m-1*
級内変動	*mn-m =m(n-1)*

- 全変動・・・データ数は*mn*,全平均を1つ使う
- 級間変動・・・データ数は*m*,全平均を1つ使う
- 級内変動・・・データ数は*mn*,各水準の平均をm個使う

分散分析の基本事項【分散分析表】

	S（変動）	f（自由度）	V（分散）	$E(V)$ （分散の期待値）
A (級間)	$S_A = \sum_i \sum_j \left(\bar{x}_i - \bar{\bar{x}}\right)^2$	$f_A = m\text{-}1$	S_A / f_A	$\sigma_e^2 + n\sigma_A^2$
e (級内)	$S_e = \sum_i \sum_j \left(x_{ij} - \bar{x}_i\right)^2$	$f_e = m(n\text{-}1)$	S_e / f_e	σ_e^2
T (全変動)	$S_T = \sum_i \sum_j \left(x_{ij} - \bar{\bar{x}}\right)^2$	$f_T = mn\text{-}1$	(S_T / f_T)	

（注）各水準におけるデータ数が異なっていても同様に計算できる。ただし、自由度は、
級間変動：（水準の数－１）　級内変動：（全体数－水準の数）　全変動：（全体数－1）
となる。

例：測定者による測定値の差

実験法
・1個の電球の光束値を
６人の測定者が各４回ずつ
繰返し測定を行う。

測定者	繰返し(lm)			
	1	2	3	4
A	403	404	402	404
B	404	404	403	404
C	403	403	403	403
D	406	406	405	405
E	403	404	403	404
F	403	403	402	403

分散分析結果

要因	*S*	*f*	*V*	*E(V)*
A	*19.375*	*5*	*3.875*	$\sigma_e^2 + n\sigma_A^2$
e	*6.250*	*18*	*0.3472*	σ_e^2
T	*25.625*	*23*		

よって、

$$\hat{\sigma}_A = \sqrt{\frac{V_A - V_e}{n}} = \sqrt{\frac{3.875 - 0.3472}{4}} = 0.9391$$

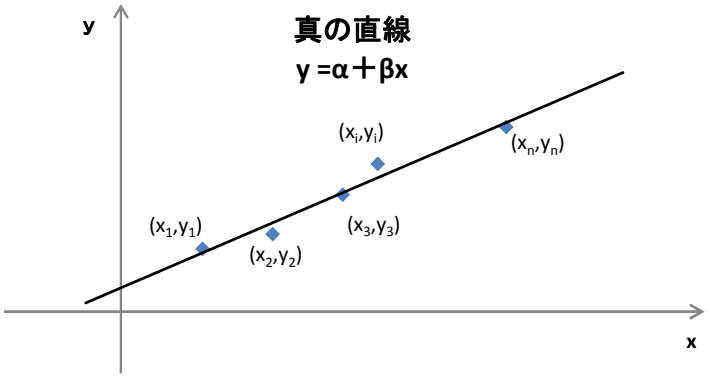
$\hat{\sigma}_e = \sqrt{0.3472} = 0.589$　　(「^」は推定値)

不確かさ　$u_A = \hat{\sigma}_A / \sqrt{n}$　**(n：通常測定時の繰り返し回数)**

測定の不確かさ評価の基本

直線関係にあるデータの不確かさの事例
（一次回帰）

一次回帰について



入力量xと出力量yが直線関係にある場合、その真の関係を表す式を　y=α+βxについて、誤差が含まれている測定データから、αとβを推定する。

事例：受光器の直線性測定

受光器の直線性を調べるため照度xにおける受光器出力値yを測定し、記録した。

	1	2	3	4	5
照度x　(lx)	0	20	40	60	80
受光器 出力値y （測定値）	0.2	40.8	80.2	119.6	158.8

この受光器の表示値が100のときの照度と、その不確かさを求める。

直線回帰の計算

【データ】	1	2	3	4	5	平均
照度(x)	0	20	40	60	80	40
測定値(y)	0.2	40.8	80.2	119.6	158.8	79.92

【偏差】	1	2	3	4	5
$x_i - \bar{x}$	-40	-20	0	20	40
$y_i - \bar{y}$	−79.72	−39.12	0.28	39.68	78.88

【二乗(和)】	1	2	3	4	5	和
$(x_i-\bar{x})^2$	1600	400	0	400	1600	4000
$(y_i-\bar{y})^2$	6355	1530	0	1575	6222	15682
$(x_i-\bar{x})^2(y_i-\bar{y})^2$	3189	782	0	794	3155	7920

$\sum(x_i-\bar{x})^2 = 4000$　　$\sum(y_i-\bar{y})^2 = 15682$　　$\sum(x_i-\bar{x})^2(y_i-\bar{y})^2 = 7920$

校正式の算出

＊ $y = \beta + \alpha x$　の校正式を求める。

$$\sum_{i=l}^{n}(x_i-\bar{x})^2 = 4000 \qquad \sum_{i=l}^{n}(y_i-\bar{y})^2 = 15682 \qquad \sum_{i=l}^{n}(x_i-\bar{x})^2(y_i-\bar{y})^2 = 7920$$

（傾き）

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_i(x_i-\bar{x})^2(y_i-\bar{y})^2}{\sum_i(x_i-\bar{x})^2} = \frac{7920}{4000} = 1.98$$

（切片）

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}\bar{x} = 79.92 - 1.98 \times 40 = 0.72$$

関係式　$y = 0.72 + 1.98x$

＊ 測定値 y_0 から照度 x_0 を求める式は

逆推定を行う校正式

$$x_0 = \frac{y_0 - \hat{\alpha}}{\hat{\beta}} = \frac{-\hat{\alpha}}{\hat{\beta}} + \frac{1}{\hat{\beta}}y_0$$

$x_0 = -0.3636 + 0.505y_0$

不確かさの算出

＜不確かさ評価のための式＞

$x_0 = \frac{y_0 - \hat{\alpha}}{\hat{\beta}} = \frac{-\hat{\alpha}}{\hat{\beta}} + \frac{1}{\hat{\beta}} y_0$ → $x_0 = \frac{y_0 - \bar{y}}{\hat{\beta}} + \bar{x}$ （$\bar{y}$、$\bar{x}$ を代入してαを消去）

＜不確かさ伝播則の適用＞

$$u_c{}^2(x_0) = \left[\frac{\partial x}{\partial y_0}\right]^2 u^2(y_0) + \left[\frac{\partial x}{\partial y}\right]^2 u^2(\bar{y}) + \left[\frac{\partial x}{\partial \beta}\right]^2 u^2(\hat{\beta})$$

$$u_c{}^2(x_0) = \frac{1}{\hat{\beta}}[u^2(y_0) + u^2(\bar{y})] + \left[-\frac{y_0 - \bar{y}}{\hat{\beta}}\right] u^2(\hat{\beta})$$

$u^2(y_0)$は、測定値のばらつきを示す。実際の測定時にもこのばらつきは、適用できると期待されるため、測定回数ℓとした場合、

$u_c{}^2(x_0) = \frac{\hat{\sigma}^2}{\ell}$ となる。

＜標準不確かさ＞

$$u(x_0) = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}e^2}{\hat{\beta}^2}\left\{\frac{1}{l} + \frac{1}{n} + \frac{(y_0 - \bar{y})^2}{\hat{\beta}^2 \sum (x_i - \bar{x})^2}\right\}}$$

残差の算出

【データ】	1	2	3	4	5	平均
照度(x)	0	20	40	60	80	40
測定値(y)	0.2	40.8	80.2	119.6	158.8	79.92

【校正式より推定】	1	2	3	4	5
照度(x)	0	20	40	60	80
y の推定値	0.72	40.32	79.92	119.52	159.12

【測定値－推定値】	1	2	3	4	5	和
y の残差	−0.52	0.48	0.28	0.08	−0.32	
残差の二乗	0.2704	0.2304	0.0784	0.0064	0.1024	0.688

＊残差の分散

$$\hat{\sigma}_e{}^2 = \frac{\sum_{i=l}^{n}\{y_i - (\hat{\alpha} + \hat{\beta}x_i)\}^2}{n-2} = 0.2293$$

＊残差の標準偏差

$$\hat{\sigma}_e = \sqrt{0.2293} = 0.479$$

測定結果とその不確かさ

校正式　　$x_0 = -0.3636 + 0.505y_0$

この受光器の表示値が100のときの照度は、

$$x_0 = -0.3636 + 0.505 \times 100 = 50.14$$

その標準不確かさは、

$$u(x_0) = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}e^2}{\hat{\beta}^2}\left\{\frac{1}{l} + \frac{1}{n} + \frac{(y_0 - \bar{y})^2}{\hat{\beta}^2 \sum(x_i - \bar{x})^2}\right\}}$$

$$= \sqrt{\frac{0.229^2}{1.98^2}\left\{\frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{(100 - 79.92)^2}{1.98^2 \times 4000}\right\}}$$

$$= 0.27$$

Excelの関数について

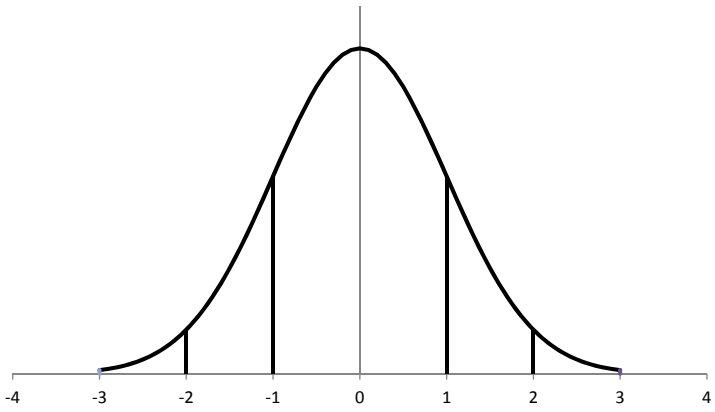
- 基本的な関数
- 正規分布に関する関数
- 乱数（モンテカルロシュミレーション）
- その他

注：Excelバージョンによって異なることがあります。

基本的な関数

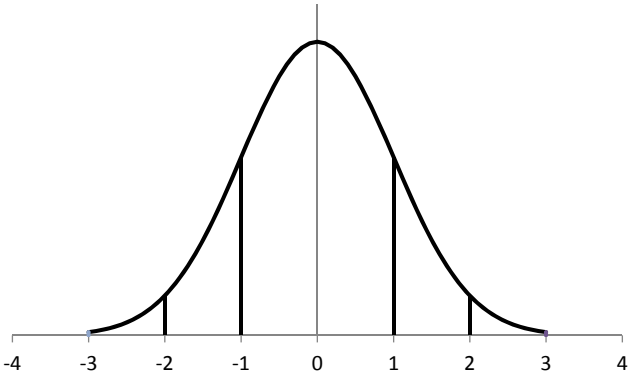
- 標本平均　　:AVERAGE(範囲)
- n-1で割る分散　　:VER.S(範囲)
- nで割る分散　　:VER.P(範囲)
- n-1で割る標準偏差　:STDEV(範囲)
- nで割る標準偏差　　:STDEVP(範囲)
- 平方根　　:SQRT(範囲)
- 和　　:SUM(範囲)
- 二乗和　　:SUMSQ(範囲)

正規分布に関する関数



- 規準正規分布の累積分布関数　　:NORMSDIST(値)
- 規準正規分布の累積分布関数の逆関数　: NORMSINV(確率)

正規分布に関する関数: NORMSDIST(値)



±1σの確率　NORMSDIST(1)－NORMSDIST(-1)＝0.683・・・
±2σの確率　NORMSDIST(2)－NORMSDIST(-2)＝0.954・・・
±3σの確率　NORMSDIST(3)－NORMSDIST(-3)＝0.997・・・

正規分布に関する関数:NORMSINV(確率)

例えば、95%のときの値を知りたい場合は、正規分布は左右対称なので、＝NORMSINV（0.975）で計算できる。

＊0.95＋（1-0.95）/2 ＝0.95＋0.025 ＝ 0.975

NORMSINV（0.975）=1.96　　＊1.96σの範囲

・NORMSINV（0.683＋（1－0.683）/2）＝1
・NORMSINV（0.954＋（1－0.954）/2）＝2
・NORMSINV（0.997＋（1－0.997）/2）＝3

乱数の発生

- 整数の乱数　　:RANDBETWEEN(最小値、最大値)
- 0～1の乱数　　:RAND()　括弧内は何も書かない
- -1～1の乱数　:2＊RAND() - 1
- 正規乱数(正規分布する乱数):NORMSINV(RAND())

その他

- COUNTIF(範囲、“条件”)
  ・・・範囲内の値の中で条件を満たす値の個数
  例)COUNTIF(A1:A60,"<"&B7)
  A1:A60の範囲内でB7より小さい値の個数
- FINV(a,f_A,f_e)・・・F検定　　＊分散分析
  a・・・(100×a)%有意で検定を行う。
  f_A・・・因子Aの自由度
  f_e・・・因子eの自由度

測定者によるばらつきの分析（分散分析）

単位　lm

		測定値 j（n=4）　*級内				平均
		1	2	3	4	
測定者 i （m=6） *級間	A	403	404	402	404	403.25
	B	404	404	403	404	403.75
	C	403	403	403	403	403.00
	D	406	406	405	405	405.50
	E	403	404	403	404	403.50
	F	403	403	402	403	402.75
					全平均	403.63 ← 【AVERAGE(H5:H10)】

↓ 【D5-H5】など

	測定値-平均値				平均値-全平均値	
	1	2	3	4		
A	-0.25	0.75	-1.25	0.75	-0.38	← 【H5-H11】
B	0.25	0.25	-0.75	0.25	0.125	← 【H6-H11】
C	0	0	0	0	-0.625	← 【H7-H11】
D	0.5	0.5	-0.5	-0.5	1.875	← 【H8-H11】
E	-0.5	0.5	-0.5	0.5	-0.125	← 【H9-H11】
F	0.25	0.25	-0.75	0.25	-0.875	← 【H10-H11】

Se	6.25	← 【SUMSQ(D15:G20)】
(平均値-全平均値)のばらつき	4.84375	← 【SUMSQ(H15:H20)】
SA	19.375	← （平均値-全平均値のばらつき）×級内測定数(n=4)

	S	f *自由度	V (=S/f)	E(V) *V期待値
A	19.375	5	3.875	$\sigma_e^2+n\sigma_A^2$
		【m-1】		
e	6.250	18	0.3472	σ_e^2
		【m(n-1)】		
T	25.625	23	1.114	-
	A+e	A+e	A+e	

$$S_A = \sum_i \sum_j \left(\bar{x}_i - \bar{\bar{x}}\right)^2$$

$$S_e = \sum_i \sum_j \left(x_{ij} - \bar{x}_i\right)^2$$

$$S_T = \sum_i \sum_j \left(x_{ij} - \bar{\bar{x}}\right)^2$$

σ_Aの推定値	0.939	← 【SQRT((F30-F32)/n　n=4)】
σ_eの推定値	0.589	← 【SQRT(F32)】

不確かさ　通常繰り返し回数　n=2 のとき

$$u_A = \frac{\hat{\sigma}_A}{\sqrt{2}} = 0.66\ (lm)$$

受光器の直線性に係わる測定結果からの不確かさ評価（一次回帰分析）

傾き　SLOPE(yの範囲 , xの範囲)
切片　INTERCEPT(yの範囲 , xの範囲)

真の関係　**y = 2x**

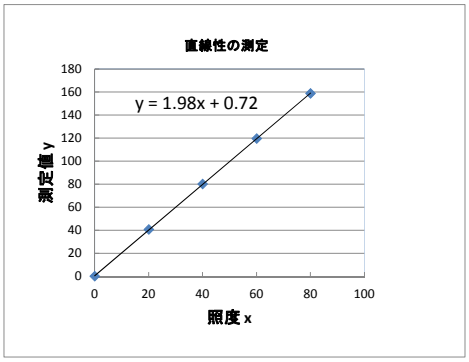
直線性の測定

	1	2	3	4	5	平均
照度 x	0	20	40	60	80	40
受光器出力 y	0.2	40.8	80.2	119.6	158.8	79.92

（受光器出力値）

	1	2	3	4	5
xi − x平均	−40	−20	0	20	40
yi − y平均	−79.72	−39.12	0.28	39.68	78.88

	1	2	3	4	5	和
(xi − x平均)^2	1600	400	0	400	1600	4000
(yi − y平均)^2	6355	1530	0	1575	6222	15682
(xi − x平均) −(yi − y平均)	3189	782	0	794	3155	7920



$\hat{\beta}$ = 1.98　　$\hat{\alpha}$ = 0.72

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} \qquad \hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x}$$

エクセル関数では
$\hat{\beta}$ = 1.98 ←【SLOPE(C8:G8,C7:G7)】
$\hat{\alpha}$ = 0.72 ←【INTERCEPT(C8:G8,C7:G7)】

標準の値(x)と測定結果(y)の関係式
y= 0.7200 + 1.98 x　　$y = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$

不確かさ評価

推定されたyの値

照度 x	0	20	40	60	80
推定値 y	0.72	40.32	79.92	119.52	159.12

残差

照度 x	0	20	40	60	80	和
受光器出力 y	0.2	40.8	80.2	119.6	158.8	
推定値 y	0.72	40.32	79.92	119.52	159.12	
残差	−0.52	0.48	0.28	0.08	−0.32	
残差の二乗	0.2704	0.2304	0.0784	0.0064	0.1024	0.688

← （測定値y − 推定値y）

残差の分散　0.2293 ←残差の二乗和を自由度（データ数-2）で割る。【H45/(5-2)】
残差の標準偏差　0.479 ←残差の分散の平方根【SQRT(C47)】

受光器出力値
y_0 = 100
のときの照度値x_0は、
標準の値(x)と測定結果(y)の関係式
y= 0.7200 + 1.98 x　　$y = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$
を変形して、測定値y_0からX_0を求める（逆推定）ための式（校正式）より
x_0= −0.3636 + 0.505 y_0
= 50.14 (lx)

$$x_0 = \frac{y_0 - \hat{\alpha}}{\hat{\beta}} = \frac{-\hat{\alpha}}{\hat{\beta}} + \frac{1}{\hat{\beta}} y_0$$

このときの不確かさは、
$u^2(x_0)$ = 0.0717 ←【($C$47/$E$30^2*(1/$H$73+1/5+(C60-$H$8)^2/$E$30^2/$H$16))】
$u(x_0)$ = 0.27 ←【SQRT(C69)】

$$u^2(x_0) = \frac{\hat{\sigma}_e^2}{\hat{\beta}^2}\left\{\frac{1}{l} + \frac{1}{n} + \frac{(y_0 - \bar{y})^2}{\hat{\beta}^2 \sum (x_i - \bar{x})^2}\right\}$$

l= 1
（各測定データの繰り返し数）

【参考】
各測定値 y_0 の不確かさ

y_0	0	20	40	60	80	100	120	140	160
$u(x_0)$	0.307	0.289	0.276	0.268	0.265	0.268	0.276	0.289	0.307